ISSN - 0045 - 7000
REV. ARG. CARDIOL., 46, Nº 1, 33 a 40, 1978

Estenosis Vasculares

Relación de Diámetros Vs. Relación de Areas de Sección Transversa

R. H. PICHEL, H. TACCHI, L. M. DE LA FUENTE y R. G. FAVALORO

RESUMEN

Se procura establecer la relación entre diámetros (normal y ocluída) y áreas de sección transversa (normal y ocluída). Pora ello se clasifican las lesiones obstructivas según la forma de la luz en a) Circulares, b) Elípticas y c) Semilunares. Para las circulares y elípticas se logra resolver analíticamente esa relación; para las semilunares se procede en forma mecánica. En todos los casos se grafican los resultados en coordinadas Diámetros Vs. Areas. La conclusión final es que, cualquiera sea el tipo de lesión, cuando la relación de diámetros asigna a una obstrucción un porcestaje de 70 o más, jamás sobrevalora la relación de áreas de sección transversa.

INTRODUCCION

Teniendo en cuenta que el diagnóstico angiográfico tiene como fundamento la lectura de la relación de diámetros (diferencia de diámetro sobre diámetro mayor), el objeto del presente trabajo es conocer si existe alguna diferencia entre tal relación de diámetros y la relación de áreas de sección transversa. (cross sectional area).

METODO

Las lesiones han sido clasificadas en tres grupos, según el tipo de luz que delimitan:

A. Circulares
  - A_1 Concéntricas (Fig. 1,1)
  - A_2 Excéntricas (Fig. 1,2)

B. Elípticas
  - B_1 $\frac{b}{a} \leqslant 0,2$ (Fisuriformes) *
    - a) $a = R$ Diametrales (Fig. 1,3) **
    - b) $a < R$ Subdiametrales (Fig. 1,4)
  - B_2 $\frac{b}{a} > 0,2$ (Elípticas prop. dichas)
    - a) $a = R$ Diametrales (Fig. 1,5)
    - b) $a < R$ Subdiametrales (Fig. 1,6)

C. Semilunares
  - C_1 Centrales (Fig. 1,7)
  - C_2 Paracentrales (Fig. 1,8)

* ("a" es el semieje mayor y "b" el semieje menor a la eclipse)

** ("R" es el radio del círculo que representa la sección del vaso)

Los grupos A y B fueron modelizados mediante figuras geométricas análogas a partir de las cuales se obtuvieron analíticamente las funciones matemáticas que vinculan la relación de diámetros (L) con la relación de áreas de sección transversa.

El grupo C, de resolución analítica más complicada, fue resuelto experimentalmente por medición directa. Para ello, y luego de asegurar la homogeneidad del papel utilizado pesando áreas equivalentes tomadas de distintos sectores elegidos al azar, se usaron pesos (medidos en balanza Mettler de 0,001 mg.) como funciones lineales de las áreas (ver fundamento en el apéndice).

En los grupos B y C, donde la luz tiene dos "diámetros" diferentes, siempre se eligió para establecer la relación L al diámerto

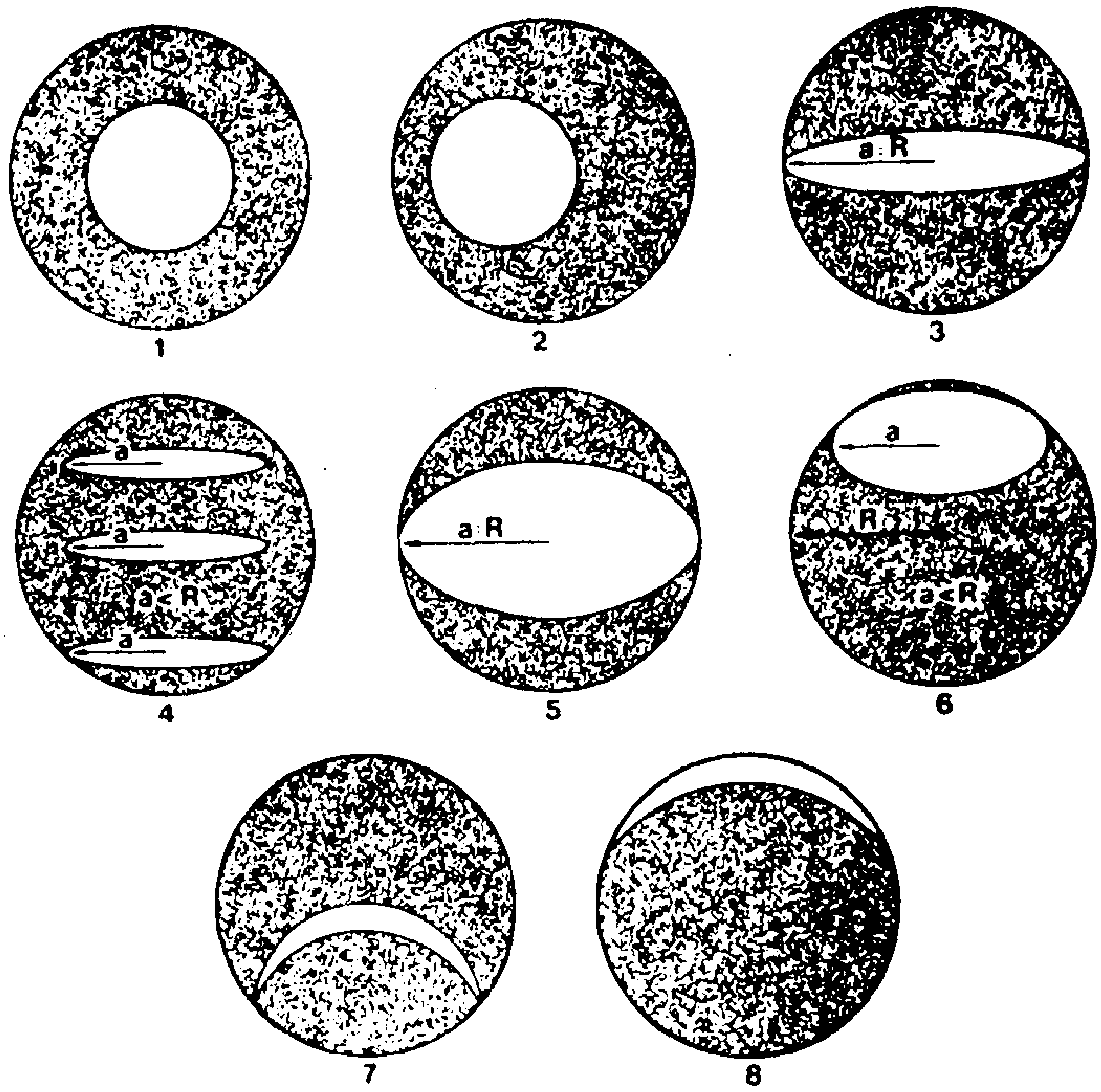


Figura 1

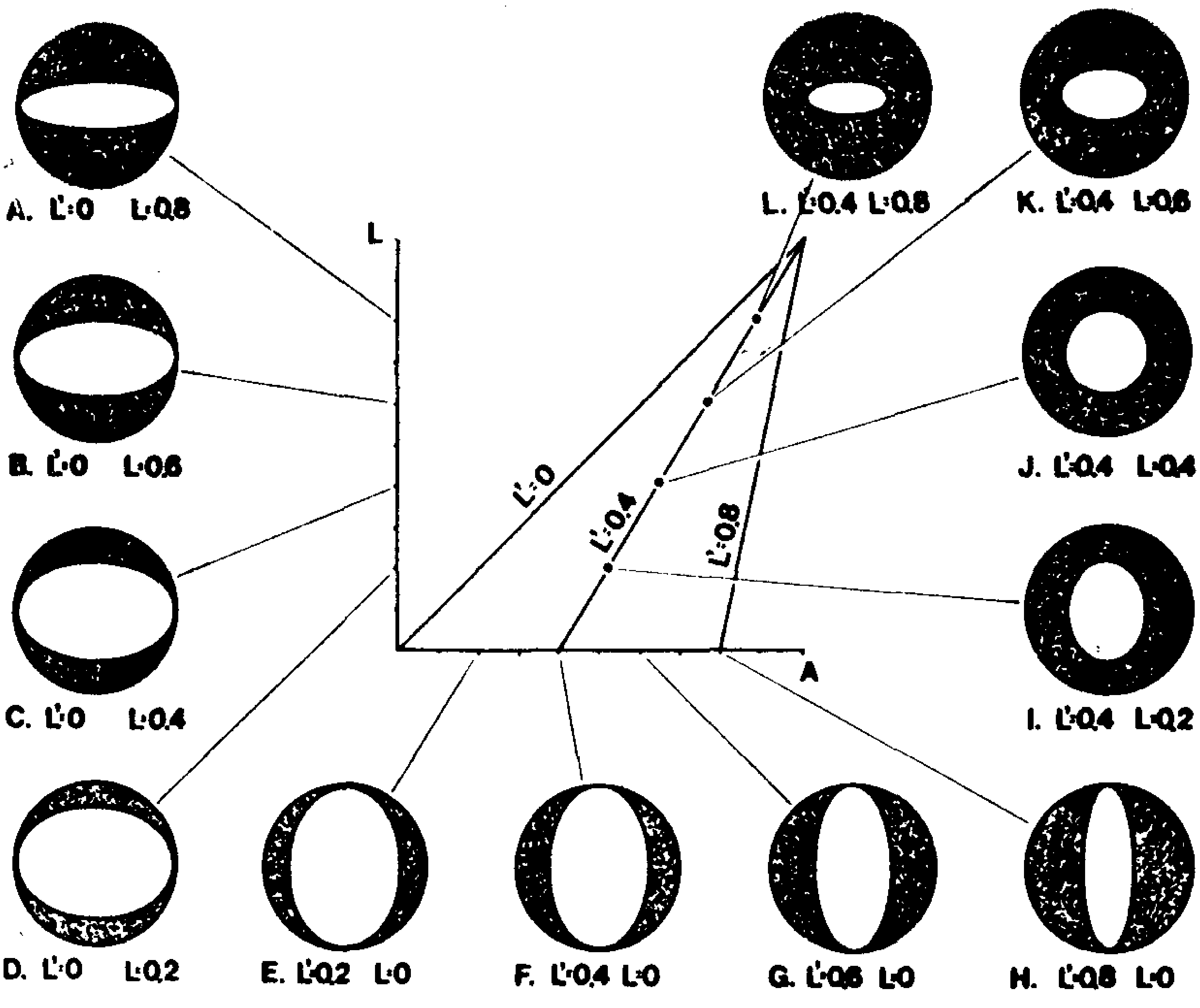


Figura 2

menor. Dicho en términos angiográficos, se eligió la proyección desde la cual el diagnóstico angiográfico establece el grado más severo de obstrucción.

En todas las representaciones gráficas aparece una función lineal que es bisectriz del ángulo recto que forman los ejes coordenados. Dicha recta representa una función hipotética en la cual la relación de diámetros (L) sería coincidente con la sección de áreas de sección transversa (A). Esta función hipotética tiene además la propiedad de subdividir el plano en dos semiplanos tales que: a) toda función que pertenezca al semiplano superior corresponda a una función "sobrevaloradora", es decir, una función en el que el valor asignado por L es mayor al valor asignado por A, b) toda función perteneciente al semiplano inferior será una función subestimadora, es decir una función en la que L asigna un valor menor al asignado por A y c) toda función que coincide con la bisectriz misma, será una función "equivalente", es decir, una función en la cual los valores de L y de A coinciden.

RESULTADOS

GRUPO A

La función matemática que vincula (L) con (A) es

$$A = 2L - L^2 \qquad \text{(ver apéndice)}$$

La tabla 1 y el gráfico 1 muestran los resultados de esta función. Como se ve, sean lesiones concéntricas o excéntricas, se trata de una función subestimadora. Tal subestimación es máxima entre los valores $L = 0{,}5$ y $L = 0{,}7$. Como es obvio, a medida que los valores de L se aproximan a 1, la función tiende a 1, la función tiende a aproximarse a la función hipotética representada por la bisectriz.

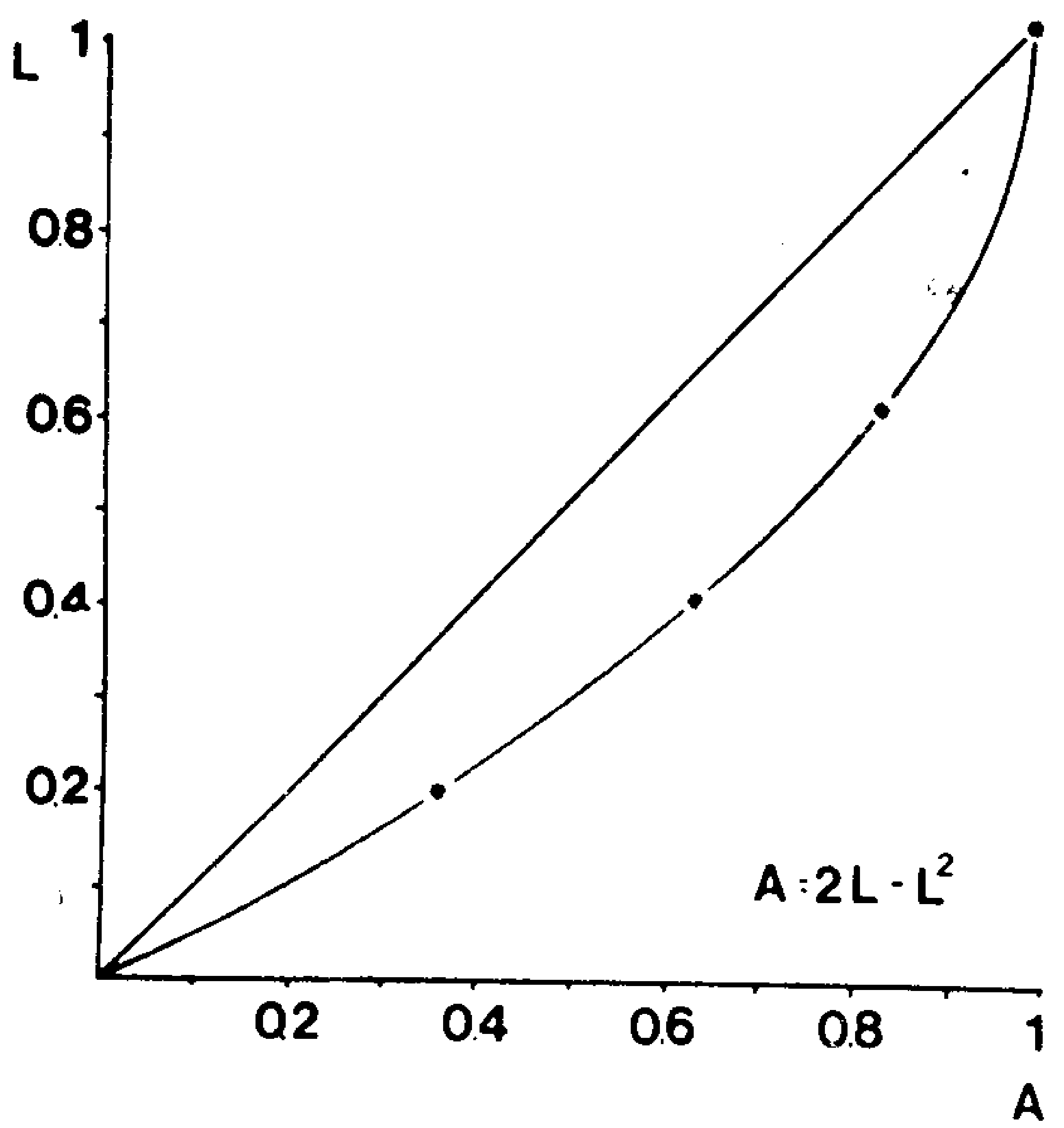
En resumen, en las lesiones de luz circular (concéntricas o excéntricas) la función es siempre subestimadora.

GRUPO B

Desde el punto de vista de la función es irrelevante distinguir las lesiones de luz elíptica en las que el cociente del semieje menor sobre el semieje mayor es tal que

$$\frac{b}{a} \leq 0{,}2$$

tales luces corresponden a las lesiones en hendidura o fisuriformes. En cambio es importante distinguir aquellas elipses en las que el semieje mayor (a) coincide con el (R) del círculo correspondiente a la sección del vaso, de aquellas otras en las que $a < R$. A las primeras las llamaremos "diametrales", en tanto que a las segundas "subdiametrales".



L	A
0.2	0.36
0.4	0.64
0.6	0.84
1	1

Gráfico 1 y Tabla 1

B_1 Luces elípticas diametrales

Como dijimos, son aquellas en las que se cumple

$a = R$

En ellas la función es

$A = L$ (ver apéndice)

Ello significa que se trata de una función "equivalente" en la que los valores de L y de A coinciden. Por tal razón, en el gráfico 2 los puntos que representan a esta función aparecen superpuestos a la bisectriz del ángulo recto que forman los ejes coordenados.

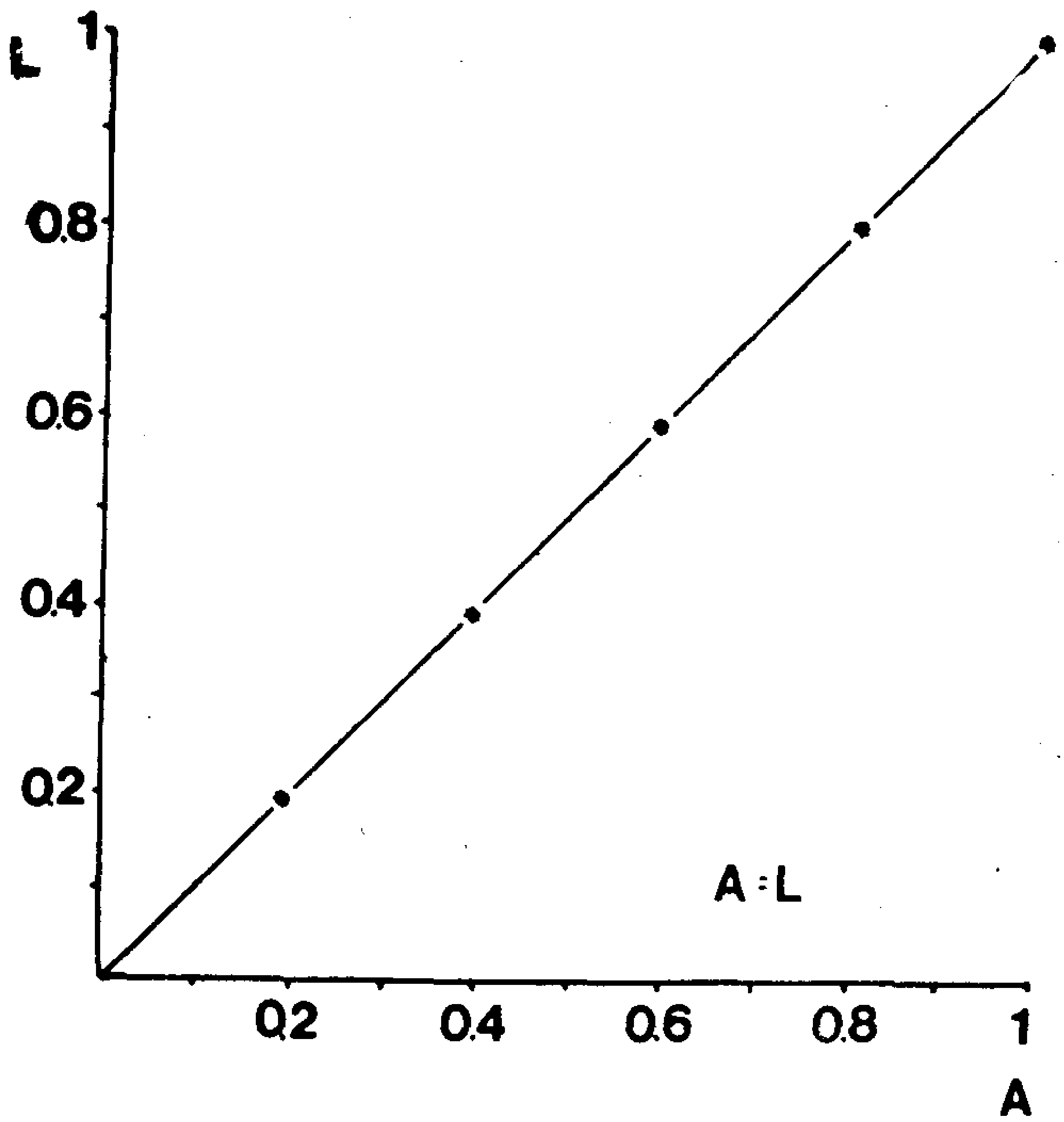


Gráfico 2

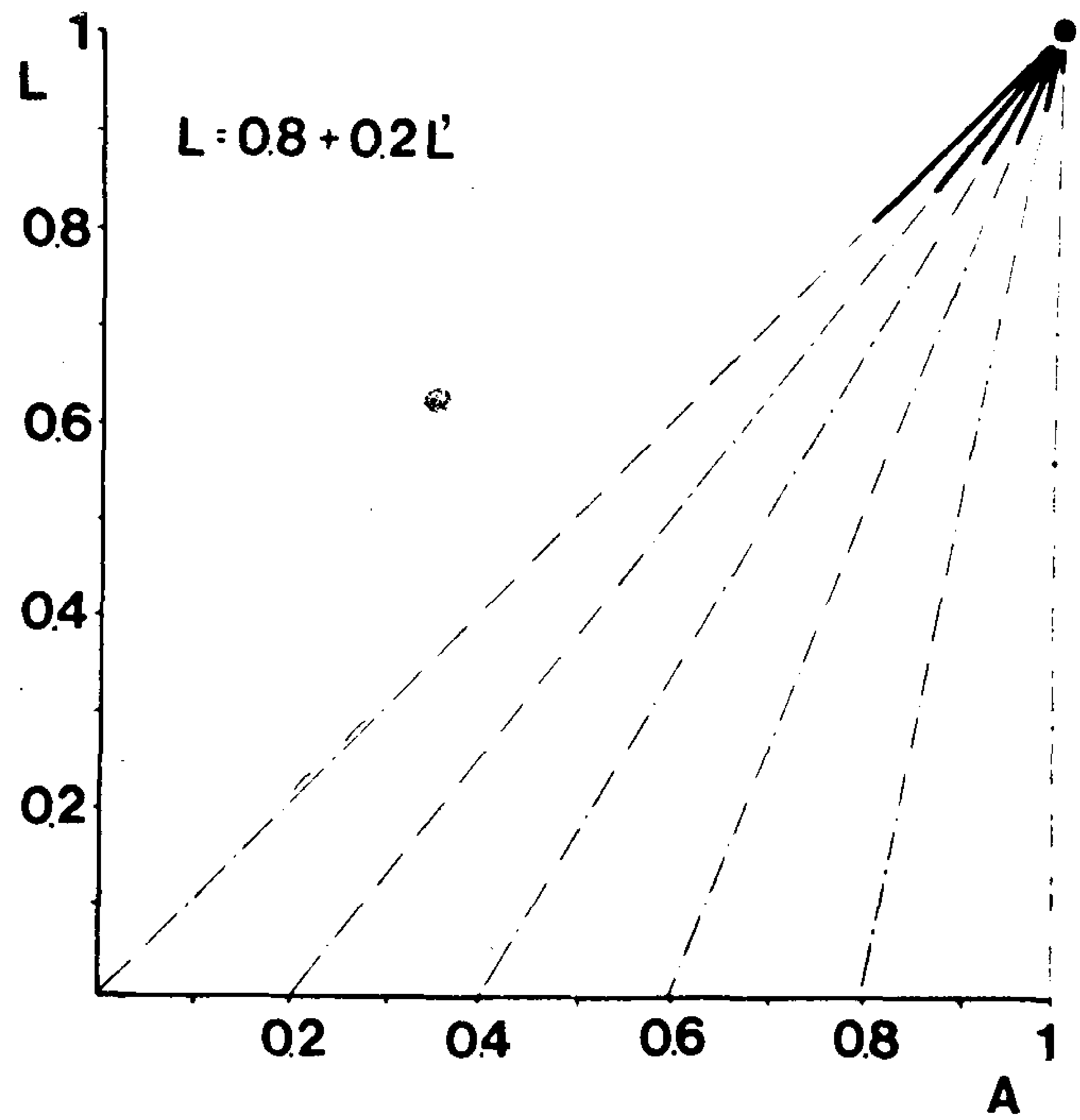


Gráfico 3

B_2 Luces elípticas subdiametrales

Como dijimos, son aquellas en las que se emplea

$a < R$

En ellas, la función es

$A = L' + L\ (1 - L')$ (ver apéndice)

Como se ve, se trata de una función lineal con término independiente L'. Ello da origen a una familia de rectas (gráfico 3) con diferentes pendientes y cada una de las cuales corta al eje de las abscisas en el valor de L'.

Si se presta atención, se ve que dicha familia contiene como caso particular a las luces elípticas diametrales en las que $L' = 0$. Y si se analiza con profundidad, se puede ver (Fig. 2) que también contiene la función de las lesiones con luz circular. En efecto, los puntos A, B, C, y D, del gráfico 3, señalan el momento en que las luces igualan sus relaciones L y L', es decir en que de elípticas pasan a ser circulares.

Si se miden las coordenadas correspondientes a dichos puntos, se ve que coinciden exactamente con las de la tabla 1 y si, además, se unen tales puntos, se comprueba que la función reproduce a la representada en el gráfico 1.

Pensamos que la figura 2 es lo suficientemente ilustrativa como para merecer mayor explicación. Todo cuanto deseamos agregar es que la figura 2 (J) representa, precisamente, el caso en el cual la luz iguala sus relaciones L y L' (ambas valen 0,4) y la elíptica se convierte en circular.

Por último, cabe señalar que el análisis de las lesiones de luz elíptica (diametrales y subdiametrales) comprende al de las lesiones de luz fisuriforme (en hendidura).

Como ya dijimos, las lesiones de luz fisuriformes son aquellas elipses en las que el semieje menor (b) de la elipse es igual o menor que la quinta parte del semieje mayor (a). O sea:

$$\frac{b}{a} \leqslant 0{,}2$$

En el apéndice matemático se podrá encontrar la demostración de la función que permite caracterizar para qué valor de L, se cumple:

$$\frac{b}{b} = 0{,}2$$

Dicha función es:

$$L_f = 0{,}8 + 0{,}2\,L'$$

Como es obvio, cualquier valor superior a L_f, corresponderá a la siguiente desigualdad

$$\frac{b}{a} < 0{,}2$$

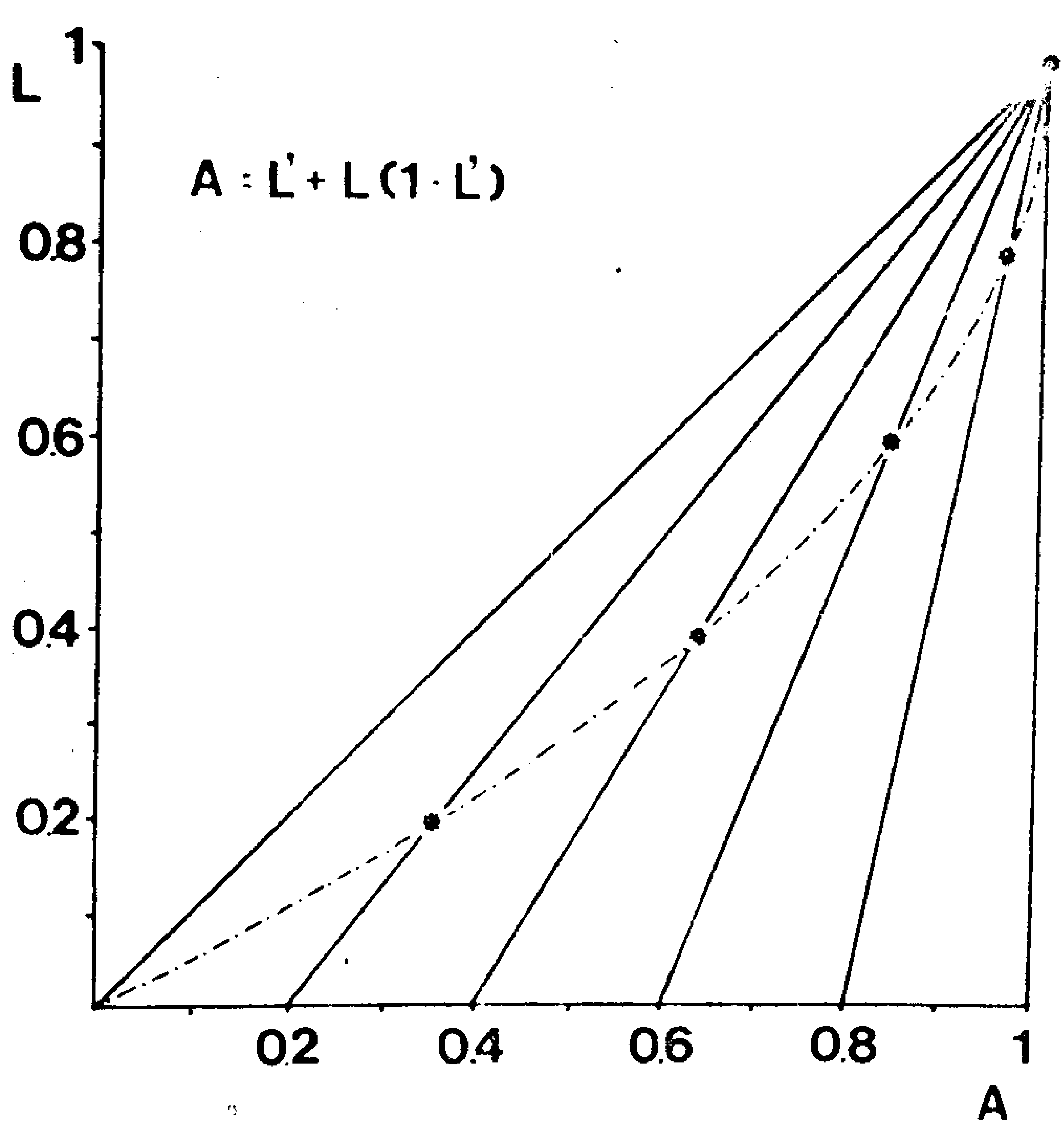


Gráfico 4

En el gráfico Nº 4, aparecen representados en trazo grueso los tramos de las funciones lineales que corresponden a las luces fisuriformes.

En resumen, y tomando el grupo 3 como representante general de las lesiones correspondientes a los grupos A y B podemos afirmar que ninguna función es sobrevaloradora. Esto significa que en algunos casos es equivalente (elípticas diametrales) y en otros subestimadora (circulares y elípticas subdiametrales).

GRUPO C

Su función, determinada experimentalmente, aparece representada en el gráfico 5. Tal como se ve, hasta el valor L=0,7, la función es sobreestimadora y desde 0,7 en más, coincide con la bisectriz del ángulo recto formado por los ejes coordinados.

DISCUSION

La correlación entre diámetros (L) y áreas de sección transversa (A) fue establecida analíticamente para las lesiones de luz circular y luz elíptica (incluyendo las fisuriformes) y por medición directa de las longitudes y áreas en las lesiones de luz semilunar. Las funciones obtenidas permiten afirmar que, cualquiera sea el tipo de lesión, cuando L $>$ 0,7, ninguna función sobrevalora. Si se recuerda además, que la relación L fue establecida tomando en cuenta la proyección más severa, (es decir, el diámetro más estrecho de la luz), se comprenderá que lo afirmado en el párrafo anterior tiene alcance general. En efecto, si las proyecciones más severas no sobrevaloran, mucho menos lo han de hacer las proyecciones menos serevas.

Asumiendo el diagnóstico angiográfico como una lectura confiable de la relación de diámetros (L) y que la modelización propuesta cubre satisfactoriamente el espectro histopatológico de las lesiones vasculares, las conclusiones de este trabajo pueden extrapolarse al lenguaje angiográfico y reformularse diciendo que, cualquiera sea el tipo de lesión, si el diagnóstico estima una obstrucción en 70% o más, podemos afirmar que tal estimación nunca sobrevalora la relación de áreas de sección transversa.

La comprobación de esos dos supuestos tal vez exija una correlación entre diagnóstico angiográfico y medición directa en moldes vasculares de silastic obtenidos luego de digerir el tejido miocárdico. La simple microfotografía del corte hispatológico no

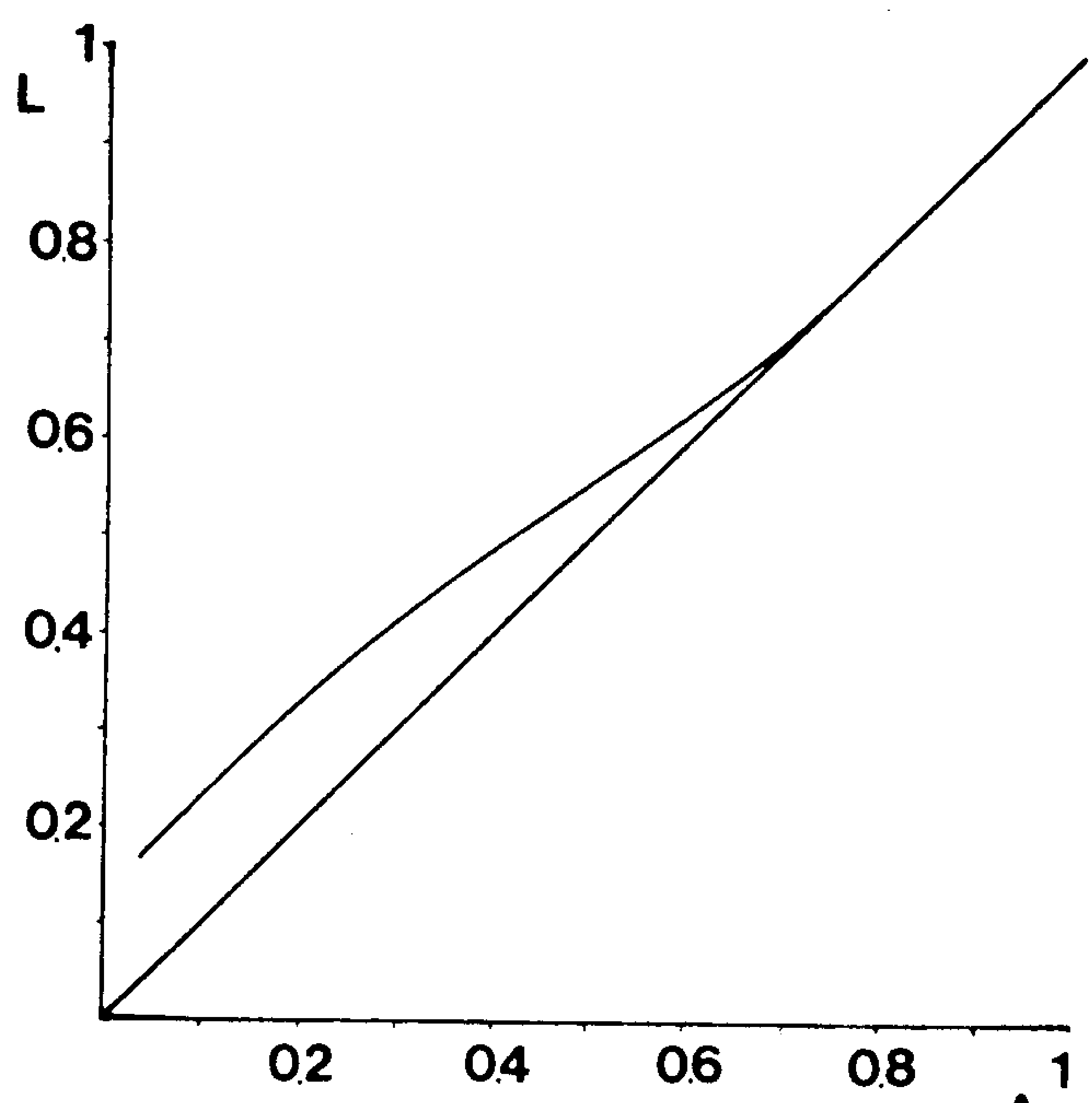


Gráfico 5

parece ser el camino más confiable debido a las deformaciones que experimente el vaso en tales circunstancias.

IMPLICACIONES CLINICAS

Según nuestras conclusiones, la subestimación de las lesiones, sería cierta sólo en el caso de las lesiones de luz circular (concéntrica o excéntricas) y en el de las elípticas subdiametrales. En el caso particular de las elípticas diametrales, el diagnóstico sería "equivalente", y en el de las semilunares sería sobrevalorados hasta el 70%, cifra a partir de la cual se transformarían en equivalentes.

No estamos en condiciones de afirmar que nuestras conclusiones sean las verdaderas, pues como dijimos, deberían efectuarse las comprobaciones planteadas en la discusión; pero pensamos que las posibles discrepancias provienen de analizar los cortes histopatológicos en los cuales resulta sumamente difícil evaluar la relación de diámetros y áreas de sección transversa, debido a las diferentes condiciones en que se encuentra con respecto al vaso. "in vivo".

A modo de conclusión, reiteramos lo dicho en la discusión: si el diagnóstico angiográfico es una lectura confiable de la relación de diámetros y si la modelización propuesta cubre satisfactoriamente todo el espectro histopatológico, podemos afirmar que, cualquiera sea el tipo de lesión, los diagnósticos angiográficos e iguales o mayores al 70% nunca sobrevaloran la magnitud de las lesiones obstructivas. Si se piensa que la severidad de las lesiones comienza a partir del 70%, la conclusión de este trabajo es aplicable precisamente al rango de lesiones con mayor interés clínico.

APENDICE

1. LESIONES DE LUZ CIRCULAR

Llamando R al radio mayor, r al menor, tenemos

$$L = \frac{R - r}{R} \qquad (1)$$

$$A = \frac{R^2 - r^2}{R^2} \qquad (2)$$

De (1) se tiene

$$r = R - LR$$

Reemplazando (3) en (2) tenemos

$$A = \frac{R^2 - (R - LR)^2}{R^2} \qquad (4)$$

Desarrollando el binomio, se tiene

$$A = \frac{R^2 - (R^2 + 2R^2L - L^2R^2)}{R^2} \qquad (5)$$

Eliminándo paréntesis queda

$$A = \frac{R^2 - R^2 + 2R^2L - L^2R^2}{R^2} \qquad (6)$$

Simplificando, sacando R^2 factor común y volviendo a simplificar

$$A = 2L - L^2 \qquad (7)$$

2. LESIONES DE LUZ ELIPTICA

2a. Elípticas diametrales

Llamando (a) al semieje mayor de la elipse y (R) al radio del círculo, se tiene que

$$a = R \qquad (8)$$

Llamando (b) al radio menor de la elipse se tiene

$$L = \frac{a - b}{a} \qquad (9)$$

Pero, por (8), se tiene

$$L = \frac{R - b}{R} \qquad (10)$$

Además

$$A = \frac{R^2 - Rb}{R^2} = \frac{R(R - b)}{R^2} = \frac{R - b}{R} \qquad (11)$$

De (10) y (11) resulta

$$A = L \qquad (12)$$

2 2b. Elípticas subdiametrales

$$a < R \qquad (13)$$

$$L = \frac{R - b}{R} \qquad (14)$$

De (14) se obtiene

$$b = R - LR \qquad (15)$$

Llamando L' a

$$L' = \frac{R - a}{R} \qquad (16)$$

De (16) se tiene

$$a = R - L'R \qquad (17)$$

Siendo

$$A = \frac{R^2 - ab}{R^2} \qquad (18)$$

Reemplazando (15) en (18) se tiene

$$A = \frac{R^2 - a(R - LR)}{R^2} \qquad (19)$$

Reemplazando (17) en (19) se tiene

$$A = \frac{R^2 - (R - L'R)(R - LR)}{R^2} \qquad (20)$$

Efectuando los productos indicados entre paréntesis queda

$$A = \frac{R^2 - (R - L'R)\,R - (R - L'R)\,LR}{R^2} =$$

$$= \frac{R^2 - (R^2 - L'R^2) - (LR^2 - L'LR^2)}{R^2} \qquad (21)$$

Suprimiendo paréntesis y simplificando queda

$$A = \frac{R^2 - (R^2 - L'R^2 - LR^2 + L'LR^2)}{R^2} = \qquad (22)$$

$$= \frac{L'R^2 + LR^2 - L'LR^2}{R^2} \qquad (23)$$

Sacando R^2 factor común, se tiene

$$A = \frac{R^2\,(L' + L - L'L)}{R^2} \qquad (24)$$

Y simplificando queda

$$A = L' + L - L'L \qquad (25)$$

O sea

$$A = L' + L\,(1 - L') \qquad (26)$$

3. LESIONES DE LUZ ELIPTICA FISURIFORME

Definidas como aquéllas en las que $\frac{b}{a} \leq 0{,}2$, nos proponemos conocer cuál es el valor de L para el cual $\frac{b}{a} = 0{,}2$. Para ello tomamos b de (15) y a de (17), así obtenemos

$$b = R - LR \qquad (27)$$

$$a = R - L'R \qquad (28)$$

Sacando factor común, queda

$$b = R\,(1 - L) \qquad (29)$$

$$a = R\,(1 - L') \qquad (30)$$

Luego, si tenemos $\frac{b}{a}$ 0.2, se obtiene

$$\frac{R\,(1 - L)}{R\,(1 - L')} = 0{,}2 \qquad (31)$$

Y simplificando

$$\frac{1 - L}{1 - L'} = 0{,}2 \qquad (32)$$

De donde

$$1 - L = 0{,}2 - 0{,}2\,L' \qquad (33)$$

Restando 0,2 a ambos miembros

$$-0{,}2 + 1 - L = -0{,}2 + 0{,}2 - 0{,}2\,L' \qquad (34)$$

Simplificando

$$0{,}8 - L = -0{,}2\,L' \qquad (35)$$

Multiplicando por -1 se tiene

$$L - 0{,}8 = 0{,}2\,L' \qquad (36)$$

De donde

$$L = 0{,}8 + 0{,}2\,L' \qquad (37)$$

4. MEDICION DE AREAS

Llamando P al peso, A, al área, h, al espesor y S al peso específico; sean dos figuras de pesos P y P'.

$$P = S\,h\,A \qquad (38)$$

$$P' = S\,h\,A' \qquad (39)$$

Si S y h son constantes

$$\frac{P}{P'} = \frac{A}{A'} \qquad (40)$$

SUMMARY

VALVULAR STENOSIS DIAMETER RELATION Vs. CROSS-SECTIONAL AREA RELATION

We tried to establish the relation between diameter (normal and ocluded) and cross-sectional areas (normol and ocluded). With this purpose we clasified obstructive lesions according to the shape of the lumen as follow: a) circular, b) elliptical, and c) semilunar.

For circular and elliptical lesions we were able to obtain the analytical resolution of that relation; for semilunar lesions we had to perform mechanical procedures.

In all cases we plotted the results in a diameter vs. areas coordenates system. We concluded that for any shape of lumen when the diameter relation is about 70 % or more, the relation of cross-sectional areas is the same or greater.